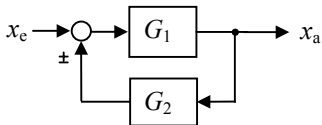


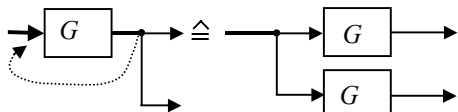
Parallelschaltung mit  
gemeinsamem Eingang

$$x_a = (G_1 \pm G_2)x_e$$

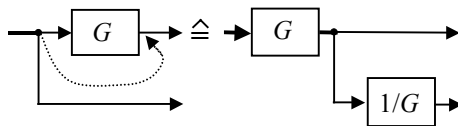


Gegenparallelschaltung  
(Rückführschaltung)

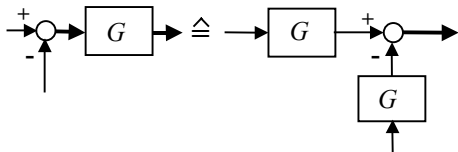
$$x_a = \frac{G_1}{1 \mp G_1 G_2} x_e$$



Verlegen eines  
Verzweigungs-  
punktes vor  
einen Block



Verlegen eines  
Verzweigungs-  
punktes hinter  
einen Block



Verlegen einer  
Mischstelle hinter  
einen Block

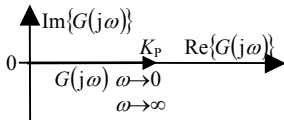
## 2.1 Beschreibung linearer Systeme im Zeitbereich

### 2.1.1 Differenzialgleichung

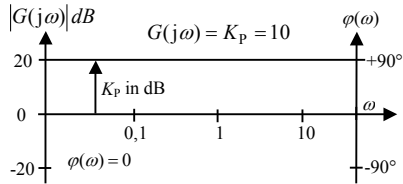
in allgemeiner Form (für technische Systeme ist  $n \geq m$ )

$$\begin{aligned} & a_n x_a^{(n)}(t) + a_{n-1} x_a^{(n-1)}(t) + \dots + a_2 x_a^{(2)}(t) + a_1 x_a^{(1)}(t) + a_0 x_a(t) \\ & = b_m x_e^{(m)}(t) + b_{m-1} x_e^{(m-1)}(t) + \dots + b_2 x_e^{(2)}(t) + b_1 x_e^{(1)}(t) + b_0 x_e(t) \end{aligned}$$

Ortskurve:



Bode-Diagramm:



2

**I-Element**

Differenzialgleichung:

$$\frac{dx_a(t)}{dt} = K_I \cdot x_e(t) \quad \text{bzw.} \quad x_a(t) = K_I \int_0^t x_e(\tau) d\tau + x_a(0)$$

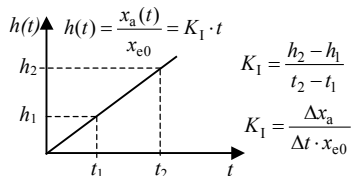
$$\text{mit } K_I = \frac{x_{aN}}{x_{eN}} \cdot \frac{1}{T_I} \quad x_a(t) = \frac{x_{aN}}{x_{eN}} \cdot \frac{1}{T_I} \int_0^t x_e(\tau) d\tau + x_a(0)$$

$K_I$  - Integrierverstärkung,  $T_I$  - Integrierzeitkonstante,  $x_{eN}$  - Maximal- oder Nennwert der Eingangsgröße,  $x_{aN}$  - Maximal- oder Nennwert der Ausgangsgröße

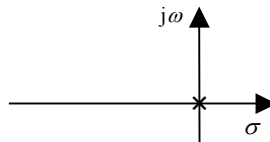
Übertragungsfunktion:

$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = \frac{K_I}{p} = \frac{x_{aN} / x_{eN}}{p T_I}$$

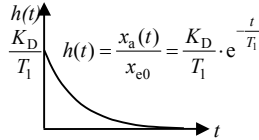
Übergangsfunktion:



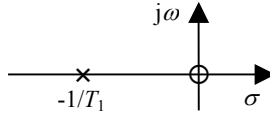
Pol/Nullstellen-Verteilung:



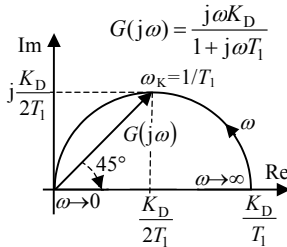
Übergangsfunktion:



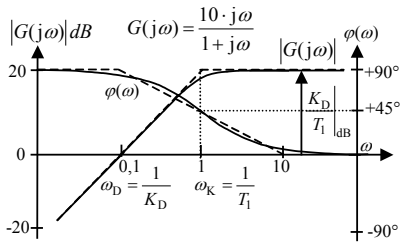
Pol/Nullstellen-Verteilung:



Ortskurve:



Bode-Diagramm:



### I-T1-Element

Differenzialgleichung:

$$T_1 \cdot \frac{dx_a(t)}{dt} + x_a(t) = K_I \cdot \int_0^t x_e(\tau) d\tau + x_a(0)$$

$$= \frac{x_{aN}}{x_{eN}} \cdot \frac{1}{T_1} \int_0^t x_e(\tau) d\tau + x_a(0)$$

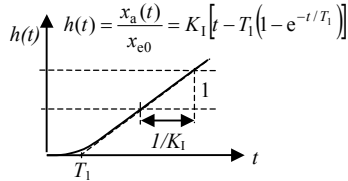
mit  $K_I = \frac{x_{aN}}{x_{eN}} \cdot \frac{1}{T_1}$

$K_I$  - Integrierverstärkung,  $T_1$  - Verzögerungszeitkonstante,  $T_1$  - Integrierzeitkonstante,  $x_{eN}$  - Maximal- oder Nennwert der Eingangsgröße,  $x_{aN}$  - Maximal- oder Nennwert der Ausgangsgröße

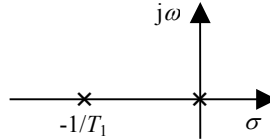
Übertragungsfunktion:

$$G(p) = \frac{K_I}{p(1 + p \cdot T_1)} = \frac{x_{aN} / x_{eN}}{pT_1(1 + p \cdot T_1)}$$

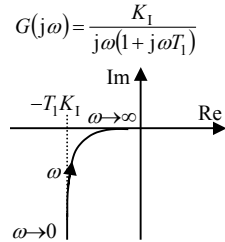
Übergangsfunktion:



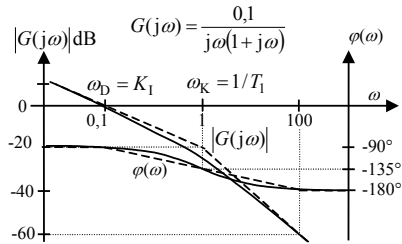
Pol/Nullstellen-Verteilung:



Ortskurve:



Bode-Diagramm:



**P-T2-Element**

Differenzialgleichung:

$$T_0^2 \frac{d^2 x_a(t)}{dt^2} + 2DT_0 \frac{dx_a(t)}{dt} + x_a(t) = K_P \cdot x_c(t)$$

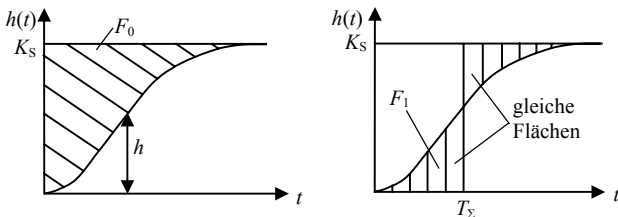
$K_P$  - Verstärkung,  $D$  - Dämpfungsgrad ( $0 \leq D < 1$  für P-T2S-Element,  $D \geq 1$  für P-T2-Element),  $\omega_0 = 1/T_0$  - natürliche Kreisfrequenz

Übertragungsfunktion allgemein:

$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_c(p)} = \frac{K_P}{1 + 2DT_0 \cdot p + T_0^2 \cdot p^2} = \frac{K_P \cdot \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2D\omega_0 \cdot p + p^2}$$

- schwingungsfähige P-T2S-Elemente ( $0 \leq D < 1$ )
- nicht schwingungsfähige P-T2-Elemente ( $D \geq 1$ )

### Kennwertermittlung mit der Flächenmethode



$$F_0 = K_S \cdot T_\Sigma$$

Modell 1: 
$$G(p) = \frac{K_S}{1 + pT_S} \cdot e^{-pT_t}; \quad T_\Sigma = T_t + T$$

$$F_1 = \int_0^{T_\Sigma} h(t) dt = \int_0^{T_\Sigma} K_S (1 - e^{-t/T_S}) dt = K_S (t + T_S \cdot e^{-t/T_S}) \Big|_0^{T_\Sigma} = K_S T_S e^{-1}$$

$$T_S = \frac{F_1 \cdot e}{K_S}; \quad T_t = T_\Sigma - T_S = \frac{F_0}{K_S} - \frac{F_1 \cdot e}{K_S}$$

Modell 2: 
$$G(p) = \frac{K_S}{(1 + p \cdot T_S)^2} e^{-pT_t}; \quad T_\Sigma = T_t + 2T_S$$

$$F_1 = \int_0^{T_\Sigma} h(t) dt = \int_0^{2T_S} K_S \left( 1 - e^{-t/T_S} - \frac{t}{T_S} e^{-t/T_S} \right) dt = K_S \cdot e^{-2} \cdot 4T_S$$

$$T_S = \frac{F_1 \cdot e^2}{4 \cdot K_S}; \quad T_t = T_\Sigma - 2T_S = \frac{F_0}{K_S} - \frac{F_1 \cdot e^2}{2 \cdot K_S}$$

Kenngröße	Beziehung	Gültigkeit
Beruhigungszeit auf 2 %	$T_{2\%} \approx \frac{4}{D \cdot \omega_0}$	
allgemein	$T_\varepsilon = \frac{\left  \ln(\varepsilon \cdot \sqrt{1-D^2}) \right }{D \cdot \omega_0}$	

### 5.3.5 Kenngrößen für Störverhalten

Näherung der Übertragungsfunktion für Eingangsstörung:

$$G_{Ze} = \frac{Y(p)}{Z_e(p)} = \frac{G_S}{1 + G_S \cdot G_R} = \frac{K_S}{T_S} \frac{p}{p^2 + 2D\omega_0 p + \omega_0^2}$$

Regelabweichung für sprungförmige Störung am Eingang:

$$e(t) = \frac{-K_S}{\omega_0 T_S \sqrt{1-D^2}} e^{-D\omega_0 t} \sin \omega_0 t \sqrt{1-D^2}$$

Maximum der Regelabweichung:

$$\begin{aligned} e_{\max} &= \frac{K_S}{\omega_0 T \sqrt{1-D^2}} \exp(-\varphi \cot \varphi) \cdot \sin \varphi \\ &= \frac{K_S}{\omega_0 T} \exp\left(-\frac{D \arccos D}{\sqrt{1-D^2}}\right) \quad \text{wobei } \varphi = \arccos D \\ \text{bei } T_{\max} &= \frac{\arccos D}{\omega_0 \sqrt{1-D^2}} \end{aligned}$$

Lineare Regelfläche:

$$A_{\text{lin}} = \frac{K_S}{\omega_0^2 T}$$

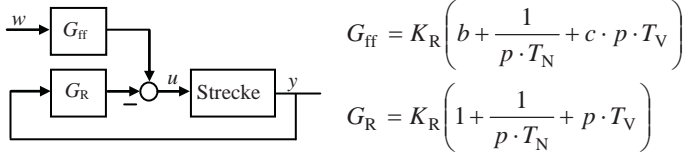
**Bemessungstabelle**

	$K_R$	$T_N, T_{D1}$	$T_V, T_{D2}$	$\Delta h$	$T_{an}$
<b>PI normal</b>	$\frac{1}{2K_S}$	$T_N = \frac{T_\Sigma}{2}$		4,32 %	$2,36 \cdot T_\Sigma$
<b>PI schnell</b>	$\frac{1}{K_S}$	$T_N = 0,7 \cdot T_\Sigma$		6,82 %	
<b>PID normal</b>	$\frac{1}{K_S}$	$T_{D1} = \frac{T_\Sigma}{3}$ $T_N = \frac{2 \cdot T_\Sigma}{3}$	$T_{D2} = \frac{T_\Sigma}{3}$ $T_V = \frac{T_\Sigma}{6}$	4,32 %	$1,571 \cdot T_\Sigma$
<b>PID schnell</b>	$\frac{2}{K_S}$	$T_{D1} = 0,469 \cdot T_\Sigma$ $T_N = 0,8 \cdot T_\Sigma$	$T_{D2} = 0,331 \cdot T_\Sigma$ $T_V = 0,194 \cdot T_\Sigma$	6,82 %	$0,887 \cdot T_\Sigma$

5

**Verfahren nach Aström, Übergangsmethode [7]**

Verwendung einer erweiterten Regelkreisstruktur mit 2 Freiheitsgraden (siehe Abschnitt 5.5.1):



Regelungsgesetz:

$$u(t) = K_R \left( e_p + \frac{1}{T_N} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_V \frac{de_d}{dt} \right)$$

$e = w - y$ ;  $e_p = bw - y$ ;  $e_D = cw - y$ , oft wird  $c=0$  gewählt

$$\text{Einstellparameter: } M_S = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + G_S(j\omega) \cdot G_R(j\omega)} \right|$$

**Verfahren nach Aström, Frequenzantwortmethode [7]**

Bestimmung von  $T_{\text{krit}}$ ,  $K_{\text{krit}}$  z.B. mit Schwingungsversuch oder ZPR-Versuch, (siehe Abschnitt 4.3.3), Berechnung von  $\kappa$ :

$$\kappa = \left| \frac{G_S(j\omega_{\text{krit}})}{G_S(0)} \right| = \frac{1}{K_S \cdot K_{\text{krit}}} = \frac{1}{G_S(0) \cdot K_{\text{krit}}}$$

**PI-Regler für Strecken mit Ausgleich**  $f(\kappa) = a_0 e^{a_1 \kappa + a_2 \kappa^2}$

	$M_S=1,4$			$M_S=2,0$		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
$K_R / K_{\text{krit}} = f(\kappa)$	0,053	2,9	-2,6	0,13	1,9	-1,3
$T_N / T_{\text{krit}} = f(\kappa)$	0,9	-4,4	2,7	0,90	-4,4	2,7
$b = f(\kappa)$	1,1	-0,0061	1,8	0,48	0,40	-0,17

**PID-Regler für Strecken mit Ausgleich**  $f(\kappa) = a_0 e^{a_1 \kappa + a_2 \kappa^2}$

	$M_S=1,4$			$M_S=2,0$		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
$K_R / K_{\text{krit}} = f(\kappa)$	0,33	-0,31	-1,0	0,72	-1,6	1,2
$T_N / T_{\text{krit}} = f(\kappa)$	0,76	-1,6	-0,36	0,59	-1,3	0,38
$T_V / T_{\text{krit}} = f(\kappa)$	0,17	-0,46	-2,1	0,15	-1,4	0,56
$b = f(\kappa)$	0,58	-1,3	3,5	0,25	0,56	-0,12

**Verfahren nach Haalman [8]**

*Grundgedanke:*

- Geeignet vor allem für Regelstrecken mit Totzeit
- Vorgabe der Übertragungsfunktion der offenen Kette

$$G_0(p) = \frac{2}{3 \cdot T_t \cdot p} e^{-pT_t}$$

Der Wert 2/3 ergab sich durch Minimierung des quadratischen Fehlers für sprungförmige Führungsgrößenänderung. Die Empfindlichkeit  $M_S$  beträgt 1,9.



Bemessungstabelle:

Regelstreckenmodell		Regler	
Typ	$G_S(p)$		$G_R(p)$
P-T <sub>1</sub> -T <sub>t</sub>	$\frac{K_S}{1+pT_1} \cdot e^{-pT_t}$	PI	$\frac{K_R(1+pT_N)}{p \cdot T_N}$ $T_N = T_1, K_R = \frac{2 \cdot T_1}{3 \cdot T_t \cdot K_S}$
P-T <sub>2</sub> -T <sub>t</sub>	$\frac{K_S}{(1+pT_1)(1+pT_2)} \cdot e^{-pT_t}$	PID	$K_R \left( 1 + \frac{1}{p \cdot T_N} + p \cdot T_V \right)$ $T_N = T_1 + T_2; T_V = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}$ $K_R = \frac{2(T_1 + T_2)}{3T_t \cdot K_S}$

5

### 5.4.5 Reglerentwurf im Frequenzbereich

*Aufgabe:* Der Verlauf des Amplituden- und Phasenganges der offenen Kette  $G_0(j\omega)$  (siehe Abs. 5.3.3) ist durch geeignete Wahl von  $G_R(j\omega)$  so zu gestalten, dass der geschlossene Kreis die gestellten Güteanforderungen erfüllt (siehe Abs. 5.3.4).

*Erfahrungswerte für Amplituden- und Phasenrand:*

Führungsverhalten:  $12\text{dB} \leq A_R \leq 20\text{dB}$  ;  $40^\circ \leq \varphi_R \leq 60^\circ$

Störverhalten:  $3,5\text{dB} \leq A_R \leq 9,5\text{dB}$  ;  $20^\circ \leq \varphi_R \leq 50^\circ$

### Kompensationsmethode im Bode-Diagramm

- Kompensation von Streckenverzögerungen wie folgt:

PI-Regler an  $PT_n$ -Strecke: Größte Zeitkonstante

$$G_S(p) = \frac{K_S}{(1+pT_1) \cdot (1+pT_2) \dots}; \quad G_R(p) = K_R \frac{1+p \cdot T_N}{p \cdot T_N}$$

mit  $T_N = T_1$

Regelstrecke $G_S(p)$		Regler $G_R(p)$	
P- $T_n$	$\frac{K_S}{(1+pT_1)(1+pT_E)}$ $T_1 \gg T_E, T_E = \sum_{i=2}^n T_i$	PI	$\frac{K_R(1+pT_N)}{p \cdot T_N}$ $T_N = T_1, K_R = \frac{T_N}{2 \cdot K_S \cdot T_E}$
P- $T_n$	$\frac{K_S}{(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_E)}$ $T_1 > T_2 \gg T_E, T_E = \sum_{i=3}^n T_i$	PID	$\frac{K_R(1+pT_{D1})(1+pT_{D2})}{p \cdot T_N}$ $= K_R \left( 1 + \frac{1}{p \cdot T_N} + p \cdot T_V \right)$ $T_{D1} = T_1, T_{D2} = T_2,$ $T_N = T_{D1} + T_{D2}; T_V = \frac{T_{D1} \cdot T_{D2}}{T_{D1} + T_{D2}}$ $K_R = \frac{T_N}{2 \cdot K_S \cdot T_E} = \frac{T_1 + T_2}{2K_S T_E}$

## Symmetrisches Optimum

*Grundgedanke:*

Bei integralen Strecken ist eine Zeitkonstantenkompensation nicht möglich. Der Regler wird so bemessen, dass die Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  der offenen Kette das geometrische Mittel der Eckkreisfrequenzen  $\omega_N$  und  $\omega_E$  ist. Ein zusätzlicher Parameter  $a^2 = T_N / T_E$  legt das Verhältnis von  $T_N$  und  $T_E$  fest und bestimmt damit den Phasenrand. Meist wird  $a=2$  gewählt.

Durch einen zusätzlichen Vorfilter kann das Überschwingen bei Führung minimiert werden.

Das Verfahren ist auch für P- $T_n$ -Strecken mit ein oder zwei großen Zeitkonstanten anwendbar. Damit werden im Vergleich zum Betragsoptimum kürzere Ausregelzeiten von Störungen erzielt.

Bemessungstabelle für I-T<sub>n</sub>-Strecken:

Regelstrecke G <sub>S</sub> (p)		Regler G <sub>R</sub> (p)	
I-T <sub>n</sub>	$\frac{K_{IS}}{p(1+pT_E)}$ $T_E = \sum_{i=1}^n T_i$	PI	$\frac{K_R(1+pT_N)}{p \cdot T_N}$ $T_N = a^2 T_E, K_R = \frac{1}{a \cdot K_{IS} \cdot T_E}$
I-T <sub>n</sub>	$\frac{K_{IS}}{p(1+pT_1)(1+pT_E)}$ $T_1 > T_2, T_E = \sum_{i=2}^n T_i$	PID	$\frac{K_{IR}(1+pT_{D1})(1+pT_{D2})}{p}$ $T_{D2} = T_1; T_{D1} = a^2 T_E$ $K_{IR} = \frac{1}{K_{IS} \cdot a^3 T_E^2}$

Führungsübertragungsfunktion mit I-T<sub>n</sub>-Modell ohne Vorfilter:

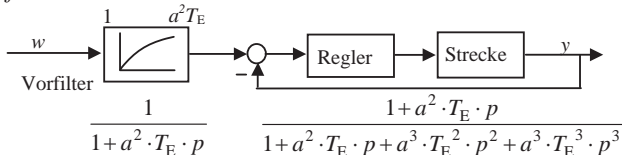
$$G_W(p) = \frac{1 + a^2 \cdot T_E \cdot p}{1 + a^2 \cdot T_E \cdot p + a^3 \cdot T_E^2 \cdot p^2 + a^3 \cdot T_E^3 \cdot p^3}$$

Zusammenhang zwischen a und Phasenrand φ<sub>R</sub> bei PI-Regler:

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_R}{\cos \varphi_R}$$

Bevorzugte Wahl: a=2

Vorfilter:



Führungsübertragungsfunktion mit Vorfilter:

$$G_W(p) = \frac{1}{1 + a^2 \cdot T_E \cdot p + a^3 \cdot T_E^2 \cdot p^2 + a^3 \cdot T_E^3 \cdot p^3}$$

Gütekennwerte im Zeitbereich mit  $a=2$ :

	ohne Vorfilter	mit Vorfilter
Anregelzeit $T_{an}$	$3,1 T_E$	$7,6 T_E$
Ausregelzeit $T_{2\%}$	$16,5 T_E$	$13,4 T_E$
Überschwingweite $\Delta h$	43,4 %	8,1 %

Bemessungstabelle für P-T<sub>n</sub>-Strecken:

P-T <sub>n</sub>	$\frac{K_S}{(1+pT_1)(1+pT_E)}$ $T_1 \gg a^2 T_E; T_E = \sum_{i=2}^n T_i$	PI	$\frac{K_R(1+pT_N)}{p \cdot T_N}$ $T_N = a^2 T_E, K_R = \frac{T_1}{a \cdot K_S \cdot T_E}$
P-T <sub>n</sub>	$\frac{K_S}{(1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_E)}$ $T_1 > T_2 \gg T_E,$ $T_1 \gg a^2 T_E, T_E = \sum_{i=3}^n T_i$	PID	$\frac{K_{IR}(1+pT_{D1})(1+pT_{D2})}{p}$ $T_{D2} = T_2, T_{D1} = a^2 T_E$ $K_{IR} = \frac{T_1}{K_S \cdot a^3 \cdot T_E^2}$

5

### 5.4.6 Polvorgabe

*Grundgedanke:* Einen Regler finden, der zu den gewünschten Polen des geschlossenen Kreises führt.

#### PI-Regler an P-T<sub>1</sub>-Strecke

$$G_S(p) = \frac{K_S}{1+pT_1} \quad G_R(p) = \frac{K_R(1+pT_N)}{p \cdot T_N}$$

Die Pole sind durch die charakteristische Gleichung gegeben:

$$1 + G_S G_R = p^2 + p \frac{1 + K_S K_R}{T_1} + \frac{K_S K_R}{T_1 \cdot T_N} = 0$$

*Gewünschte charakteristische Gleichung:*  $p^2 + 2D\omega_0 p + \omega_0^2 = 0$

Ein *Koeffizientenvergleich* führt zu den Reglerparametern:

$$\omega_0^2 = \frac{K_S K_R}{T_1 \cdot T_N} \quad ; \quad 2D\omega_0 = \frac{1 + K_S K_R}{T_1}$$

**Diskretisierung des I-Anteils**

Der kontinuierliche Integralterm ist gegeben durch:

$$u_I = \frac{K_R}{T_N} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad \frac{du_I(t)}{dt} = \frac{K_R}{T_N} e(t)$$

**Näherung durch Vorwärtsdifferenz**

$$\frac{u_I(k+1) - u_I(k)}{T} = \frac{K_R}{T_N} e(k) \Rightarrow \frac{u_I(k) - u_I(k-1)}{T} = \frac{K_R}{T_N} e(k-1)$$

inkrementelle Form:  $u_I(k) = u_I(k-1) + \frac{K_R}{T_N} \cdot e(k-1) \cdot T$

Summe:  $u_I(k) = \frac{K_R}{T_N} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) \cdot T$

**Näherung durch Rückwärtsdifferenz**

$$\frac{u_I(k) - u_I(k-1)}{T} = \frac{K_R}{T_N} e(k)$$

inkrementelle Form:  $u_I(k) = u_I(k-1) + \frac{K_R}{T_N} \cdot e(k) \cdot T$

Summe:  $u_I(k) = \frac{K_R}{T_N} \sum_{i=0}^k e(i) \cdot T$

**Näherung durch Trapezregel**

$$\frac{u_I(k) - u_I(k-1)}{\Delta T} = \frac{K_R}{T_N} \cdot \frac{e(k) + e(k-1)}{2}$$

inkrementelle Form:  $u_I(k) = u_I(k-1) + \frac{K_R}{T_N} \cdot \frac{e(k) + e(k-1)}{2} \cdot T$

Summe:  $u_I(k) = \frac{K_R}{T_N} \sum_{i=0}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2} \cdot T$

**Allgemeine Form für alle Näherungen von  $u_I$** 

$$u_I(k) = u_I(k-1) + b_{i1}e(k) + b_{i2}e(k-1)$$

**Diskretisierung des D-Anteils**

Der kontinuierliche Differenzialterm ist gegeben durch:

a) Regler ohne Begrenzung des D-Anteils:

$$u_D(t) = K_R \cdot T_V \cdot \dot{e}_D(t)$$

b) Regler mit Begrenzung des D-Anteils:

$$\frac{T_V}{N} \dot{u}_D(t) + u_D(t) = K_R \cdot T_V \cdot e_D(t)$$

$$e_D(t) = c \cdot w(t) - y(t); \text{ wenn } c = 1, \text{ dann } e_D(t) = e(t)$$

5

**Näherung durch Vorwärtsdifferenz**

$$\text{Fall a): } u_D(k-1) = K_R \cdot T_V \left[ \frac{e_D(k) - e_D(k-1)}{T} \right]$$

**Näherung durch Rückwärtsdifferenz**

$$\text{Fall a): } u_D(k) = K_R \cdot T_V \left[ \frac{e_D(k) - e_D(k-1)}{T} \right]$$

$$\text{Fall b): } \frac{T_V}{N} \frac{u_D(k) - u_D(k-1)}{T} + u_D(k) = K_R \cdot T_V \frac{e_D(k) - e_D(k-1)}{T}$$

$$u_D(k) = \left( \frac{T_V}{T_V + N \cdot T} \right) u_D(k-1) + \frac{K_R \cdot T_V \cdot N}{T_V + N \cdot T} \cdot (e_D(k) - e_D(k-1))$$

**Näherung durch Trapezregel**

$$\text{Fall a): } \frac{u_D(k) + u_D(k-1)}{2} = K_R \cdot T_V \frac{e_D(k) - e_D(k-1)}{T}$$

$$u_D(k) = -u_D(k-1) + 2K_R \cdot T_V \left[ \frac{e_D(k) - e_D(k-1)}{T} \right]$$

Inkrementelle Form, ohne D-Anteil-Begrenzung:

$$\begin{aligned}
 u(k) &= u(k-1) + K_R \left\{ e_P(k) - e_P(k-1) + \frac{T}{T_N} e(k) + \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots + \frac{T_V}{T} [e_D(k) - 2e_D(k-1) + e_D(k-2)] \right\} \quad *^1 \\
 u(k) &= u(k-1) + K_R \left\{ e_P(k) - e_P(k-1) + \frac{T}{2T_N} [e(k) + e(k-1)] + \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots + \frac{T_V}{T} [e_D(k) - 2e_D(k-1) + e_D(k-2)] \right\} \quad *^2
 \end{aligned}$$

\*<sup>1</sup> Integral- und Differenzialterm mit Rückwärtsdifferenz angenähert

\*<sup>2</sup> Integralterm mit Trapezregel und Differenzialterm mit Rückwärtsdifferenz angenähert

5

### Allgemeine Darstellung des digitalen PID-Algorithmus

Einführung des Verschiebeoperators  $q^{-1}$  für den Schritt  $k-1$ .

Regler mit zwei Freiheitsgraden ohne D-Anteil-Begrenzung:

$$u(k)(1 - q^{-1}) = w(k)(t_0 + t_1 q^{-1} + t_2 q^{-2}) - y(k)(s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2})$$

Regler mit Einheitsrückführung ohne D-Anteil-Begrenzung:

$$u(k)(1 - q^{-1}) = e(k)(s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2})$$

Es gilt  $T(q^{-1}) = S(q^{-1})$ .

Allgemeinste Form des PID-Algorithmus:

$$\begin{aligned}
 R(q^{-1})u(k) &= T(q^{-1})w(k) - S(q^{-1})y(k) \\
 u(k) &= \left[ -q^{-1}R'(q^{-1})u(k) + T(q^{-1})w(k) - S(q^{-1})y(k) \right] \cdot 1/r_0 \\
 \text{mit } R(q^{-1}) &= r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} \text{ und } R'(q^{-1}) = r_1 + r_2 q^{-1}
 \end{aligned}$$